

Any system of L. eqns can be written in the form

$$A X = B$$

Coeff. Matrix      |      An. Known Vector      |      Constant Vector

$A$  called  $B$  gives  $n$  linear eqns

Case 1:  $|A| \neq 0$  ( $m=n$ )

$A$  is square matrix الحالات المماثلة  
and  $n$  equations  $\Rightarrow$   $n$  unknowns

We have unique solution  $X$  For

$$A X = B$$

1- IF  $B = \square$   $\rightarrow X = \square$  (trivial solution) الحالات

2- IF  $B \neq \square$  who have unique solution by 3 ways

- ① Gauss elimination
- ② Gauss - Jordan
- ③ using  $A^{-1}$

## التاريخ

الموضوع:

① Gauss elimination methods:

طريقة الغزو والزد

$$A \ X = B$$

$$\tilde{A} = \boxed{A \ B}$$

: augmented matrix

$B, A, \tilde{A}$  هي ماتريسيات المعمود المترافق  
يتحول المعمود  $A$  إلى معمود متوازن  
"(المعمود + جزو صفر) يعتمد على الطرح المترافق"

- ثم ذكر مسمى المنهج لعام

Ex: Solve the system of liner eqns:

1- حمل العنصر الأول

والعناصر تحته صفر

ـ ثم طريقة ~~الضرب المترافق~~ ..

وتجنب المعمور

ـ من تبديل المعمود في المصفقات

ـ بعد حساب

ـ إذا حصلنا على مترافق

ـ وكذلك هي المترافق

ـ لأننا نتعجب طريقة اهلا

$B, A$

ـ كما نتعجب من اهلا

$$\begin{array}{l} x + 2y + 4z = 7 \\ x + 3y - z = 3 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{pivot} \\ \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} (1) \quad 2 \quad 4 \quad : \quad 7 \\ 1 \quad 3 \quad -1 \quad : \quad 3 \\ 2 \quad 5 \quad -3 \quad : \quad 4 \end{array}$$

$$\xrightarrow{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & : & 7 \\ 0 & 1 & -5 & : & -4 \\ 0 & 1 & -11 & : & -10 \end{pmatrix}$$

$$\uparrow \quad \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 2 & 4 & : & 7 \\ 0 & 1 & -5 & : & -4 \\ 0 & 0 & -6 & : & -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l} -6z = -6 \\ z = +1 \end{array} \quad \begin{array}{l} y - 5z = -4 \\ y = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x + 2y + 4z = 7 \\ x = 1 \end{array}$$

التاريخ

الموضوع:

② Gauss & Jordan method

$$A X = B$$

$$\tilde{A} = \boxed{A : B}$$

When  $\tilde{A} \rightarrow I$

then  $B \rightarrow X$

طريقة جاوده و جورج

طريقه جاوده و جورج

I اى A  $\rightarrow$  I  
X  $\rightarrow$  B

Ex: Solve

$$x + 2y + 4z = 7$$

$$\xrightarrow{-2} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 4 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & -3 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

$$x + 3y - z = 3$$

$$2x + 5y - 3z = 4$$

$$\xrightarrow{-1} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -11 & 1 & -10 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{-2} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -6 & 1 & -6 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{4b} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 14 & 1 & 15 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -6 & 1 & -6 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{\frac{-14}{5}} \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 14 & 1 & 15 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

$\underbrace{I}_{X} \quad \underbrace{Y}_{X}$

$$x = 1$$

$$y = 1$$

$$z = 1$$

الموضوع:

التاريخ:

6.109 - Jordan Canonical Form

$$A \xrightarrow{?} A X = I$$

$$X = A^{-1}$$

ex: if  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$

Find  $A^{-1}$  by Jordan and Gause

$$\xrightarrow{-1} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 4 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & -3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{-2} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 4 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -11 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{-3} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 14 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{\text{③}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 14 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{-1}{8} \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{-14} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 14 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{8} & \frac{11}{8} & -\frac{5}{8} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & -\frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & \frac{4}{8} & -\frac{26}{8} & \frac{11}{8} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \frac{1}{8} & \frac{11}{8} & -\frac{5}{8} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & -\frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 4 & -26 & 11 \\ -1 & 11 & -9 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

الموضوع:

التاريخ

③ by using  $A^{-1}$

$$\xrightarrow{A^{-1}} A^{-1} X = B$$

$$X = A^{-1} B$$

ex: solve

الطريق:  $A$  و  $B$  مع دفع

$B$  المثلثي

$$X = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 4 & -26 & -14 \\ -1 & 11 & -5 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$S = (X) \neq$$